

**9 класс**

1. Существуют ли такие натуральные числа  $a, b, c$ , не делящиеся на 10, что для каждого натурального числа  $k$  числа  $a^k + b^k$  и  $c^k$  оканчиваются одной и той же цифрой?
2. Имеется две кучки камешков. Если из первой переложить во вторую 100 камешков, то во второй будет вдвое больше, чем в первой. Если же, наоборот, из второй кучки переложить несколько камешков в первую, то в первой будет в 6 раз больше, чем во второй. Чему равно наименьшее возможное число камешков в первой кучке? Определите в этом случае число камешков во второй кучке.
3. Наибольший угол остроугольного треугольника в пять раз больше наименьшего. Найдите углы этого треугольника, если известно, что все они выражаются целым числом градусов.
4. В лес за грибами пошли 11 девочек и  $n$  мальчиков. Вместе они набрали  $n^2 + 9n - 2$  гриба, причем все они набрали поровну грибов. Сколько было мальчиков?
5. Существует ли на координатной плоскости множество точек, пересечение которого с каждой прямой, параллельной оси абсцисс, состоит из двух точек, а пересечение с каждой прямой, параллельной оси ординат, состоит из пяти точек?

**10 класс**

1. Вычислите  $\left[ \frac{2013!+2010!}{2012!+2011!} \right]$  (Как обычно,  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ , и  $[a]$  – целая часть  $a$ , то есть наибольшее целое, не превосходящее  $a$ ).
2. Корни уравнения  $x^2 + px + q = 0$ , у которого  $p + q = 10$ , являются целыми числами. Найдите эти корни.
3. Точка пересечения высот равнобедренного треугольника лежит на вписанной в этот треугольник окружности. Найдите отношение сторон треугольника.
4. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2xy - z^2 = 16 \end{cases}$$
5. Вещественные числа  $a, b, c$  таковы, что при любых неотрицательных  $x, y, z$  имеет место равенство  $|ax + by| + |cy + az| + |bz + cx| = x + y + z$ . Найдите  $a, b, c$ .

**11 класс**

1. Для любых чисел  $a$  и  $b$  через  $\max(a; b)$  обозначается большее из этих чисел (и любое из них, если  $a = b$ ). Решите уравнение  $\max(x^2 - x + 1; 4x - x^2) = 3$ .
2. Известно, что  $\frac{1}{\cos x} + \operatorname{tg} x = 5$ . Вычислите  $\frac{1}{\sin x} + \operatorname{ctg} x$ .
3. Сечение параллелепипеда – пятиугольник, в котором отношение любых двух сторон равно или 1, или 2, или 0,5. Найдите углы этого пятиугольника.
4. Найдите наибольшее значение выражения  $xy + x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} - \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}$ .
5. Существует ли последовательность  $\{a_i\}$ , составленная из пяти чисел вида  $\frac{1}{k}$ , где  $k$  – натуральное число, и таких, что при  $n = 1, 2, 3$  выполняются равенства  $a_{n+2} = a_n - a_{n+1}$ ?