

XXXIX Всероссийская олимпиада школьников по математике, 2012-2013 уч. г.
Первый (школьный) этап, Лужский муниципальный район, 11 октября 2012 г.

9 класс

Лужский информационно-методический центр

Лужские группы Заочной математической школы

1. Докажите, что среди любых трёх целых чисел обязательно найдутся два числа, разность которых делится на 2.
2. В классе больше 25, но меньше 35 человек. Каждый мальчик дружит с четырьмя девочками этого класса, а каждая девочка – с пятью мальчиками этого класса. Сколько человек в классе?
3. Изобразите множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют уравнению $|y| = |x - 3| - 2$. (Построение объясните.)
4. Существуют ли такие целые положительные a, b , при которых $20a^2b + 12ab^2 = 2012$?
5. Периметр треугольника равен 39, длина одной из его сторон равна 13. Оказалось, что одна из медиан этого треугольника перпендикулярна одной из его биссектрис. Найдите длины двух оставшихся сторон этого треугольника.

XXXIX Всероссийская олимпиада школьников по математике, 2012-2013 уч. г.
Первый (школьный) этап, Лужский муниципальный район, 11 октября 2012 г.

10 класс

Лужский информационно-методический центр

Лужские группы Заочной математической школы

1. Докажите, что среди любых четырёх целых чисел обязательно найдутся два числа, разность которых делится на 3.
2. Каждая из 64 клеток квадрата 8×8 выкрашена в белый, черный, красный или синий цвет так, что никакие две клетки одного цвета не соприкасаются (не касаются ни сторонами, ни углами). Какое наибольшее число красных клеток может быть?
3. Изобразите множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют уравнению $|y| = x^2 - 2|x| - 3$. (Построение объясните.)
4. Существует ли целое число, произведение цифр которого равно 2012?
5. В результате измерения четырёх сторон и одной из диагоналей четырёхугольника получились числа: 1; 2; 2,8; 5; 7,5. Чему может быть равна длина измеренной диагонали этого четырёхугольника?

XXXIX Всероссийская олимпиада школьников по математике, 2012-2013 уч. г.
Первый (школьный) этап, Лужский муниципальный район, 11 октября 2012 г.

11 класс

Лужский информационно-методический центр

Лужские группы Заочной математической школы

1. Докажите, что среди любых пяти целых чисел обязательно найдутся два числа, разность которых делится на 4.
2. Найдите x и y из уравнения $x^2 + 1 = 2x \sin y$.
3. Функция f обладает тем свойством, что при всех x выполняется равенство $f(x+2) = f(x-2)$. Что больше: $f(2012)$ или $f(1220)$?
4. Каждая из 49 клеток квадрата 7×7 выкрашена в белый, черный, красный или синий цвет так, что никакие две клетки одного цвета не соприкасаются (не касаются ни сторонами, ни углами). Какое наибольшее число красных клеток может быть?
5. Найдите площадь закрашенного треугольника (площади других треугольников указаны на рисунке).

